

PROBLEMA 2.

1. Obtener los dominios de las siguientes funciones, representándolos gráficamente:

$$a) f(x, y) = \frac{2}{\sqrt{9x^2 + y^2 - 9}}$$

$$b) f(x, y) = \ln\left(\frac{(-x^2 + 16)(y^2 - 49)}{x}\right)$$

2. Sea  $f(x, y) = \frac{(x-1)^2(y+3)}{(x-1)^2 + (y+3)^2}$ . Se define la función  $g$ , de la siguiente forma:

$$g(x, y) = \begin{cases} f(x, y) & \text{si } (x, y) \in D(f) \\ k & \text{si } (x, y) \notin D(f) \end{cases}$$

donde  $D(f)$  representa el dominio de  $f$ .

Se pide :

- Determinar el valor de  $k$  para que  $g$  sea continua en  $\mathbf{R}^2$ , y asignémosle a  $k$  el valor obtenido.
- Estudiar la diferenciabilidad de  $g$  en  $\mathbf{R}^2$ .
- Calcular la derivada direccional de  $g$  en  $(1, -3)$ , según el vector  $(-1, 1)$ .
- ¿ Se puede calcular la derivada direccional del apartado anterior utilizando el gradiente ? Razonar la respuesta.

3. Dada la superficie  $z = x^2 - y^2$ , y el punto de la misma  $P(\sqrt{5}, 1, 4)$ , se pide:

- Calcular la ecuación, en forma paramétrica, de la recta tangente a una curva de la superficie que pasando por  $P$ , se proyecte sobre el plano  $xy$  en una recta paralela a  $y = 2x - 3$ .
- Obtener la ecuación de la curva que se menciona en el apartado anterior